Рассмотрим один любопытный сюжет.

Условно съедобные грибы – грибы, которые становятся съедобными, если отварить три часа, слить воду, поставить вариться снова, слить воду и т.д. Только тогда их можно есть.

В физике тоже есть условно съедобный гриб – уравнение Гейзенберга эволюции оператора:

$$\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + [\hat{H}, \hat{A}]$$

Его можно найти во многих учебниках, например, в учебнике Блохинцева по квантовой механике.

И оно неверно. Как так? Т.е. Блохинцев включил в свой учебник неверную формулу?
Не совсем. Это условно съедобный гриб – оно станет верным, если мы добавим важное замечание. Давайте разбираться!

На заре появления квантовой механике Гейзенберг и Дирак предложили ДВЕ концепции квантовой механике.
У обоих была волновая функция, у обоих операторы. Яблоком раздора являлась зависимость от времени.

Шрёдингер считал, что операторы лучше сделать постоянными и от времени не зависящими. А вот зависимость от времени запихнуть в ВФ.
Гейзенберг – наоборот.

У Шрёдингера ВФ, естественно, зависит от времени:

$$\Psi(x, y, z, t)$$

Он даже уравнение для её эволюции написал:

$$-ih\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \widehat{H}\Psi$$

А вот операторы у него от времени не зависят:

$$\hat{x}[\Psi(x)] = x * \Psi(x), \qquad \widehat{p_x}[\Psi(x)] = -ih\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Иначе сделал Гейзенберг: ВФ не зависит от времени

$$\Psi(x, y, z)$$

А вот операторы зависят. В начальный момент времени они такие же, как у Шрёдингера, а потом начинают эволюционировать по уравнению Гейзенберга:

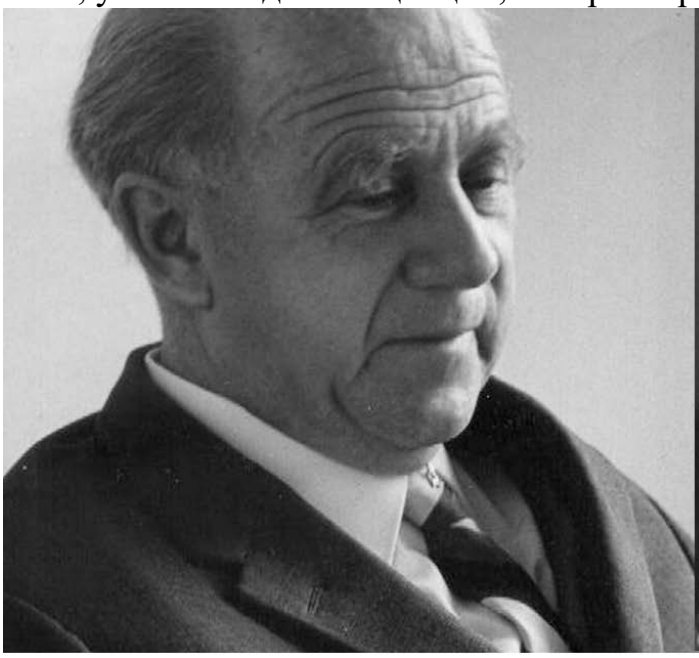
$$\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + [\hat{H}, \hat{A}]$$

Кстати, давайте поймём отличие $\frac{d\hat{A}}{dt}$ от $\frac{\partial\hat{A}}{\partial t}$. Это своеобразная «защита от идиота», на случай, если он (идиот) захочет прописать в операторе $\hat{A}$ явный вид зависимости от времени. К примеру, возьмёт «нормальный» оператор (координаты, проекции импульса, энергии, момента импульса, квадрата момента импульса…) и добавит к нему «+константа*t». Получится «ненормальный», неестественный оператор, для которого и придумано это слагаемое. Для «нормальных», естественных операторов, не содержащих явно времени, его и нет и производная по времени просто равна коммутатору с гамильтонианом.

Замечание. Время не является оператором, а как и прежде, физической величиной. Это связано с тем, что время не привязано к квантовой системе, а существует само по себе (дедушка Эйнштейн против, но мы пока рассматриваем нерелятивистские кванты, где так говорить можно).

Замечание. Следствие того равенства: если оператор нормальный=естественный, то если он коммутирует с гамильтонианом, то он не меняется со временем. Верно и обратно.

Итак, у нас есть две концепции, которые противоречат друг другу.



Гейзенберг

Шрёдингер

Кто кого переиграл?

История сама рассудила: победил Шрёдингер. Вы и сами это понимаете, потому что его нестационарное уравнение

$$-ih\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$$

Вам знакомо. А вот $\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + [\hat{H}, \hat{A}]$ вы, вероятно, видите впервые.

Плюсом Шрёдингеровской концепции является то, что в ней легче решать задачи. Удобно, когда эволюционирует одна ВФ, а не куча операторов. (Поэтому она и победила).

Плюсом Гейзенбергевской концепции является лучшая интегрированность с классической механикой. А именно, там есть похожее уравнение:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \{H, A\}$$

(см. теормех, тему «скобки Пуассона»)
В некотором роде она очевидней. В классике у нас есть характеристики частицы, которые меняются (координата), а есть неменяющиеся (импульс, энергия, если внешних сил нет). Также и в квантах – почему бы некоторым операторам, которые соответствуют физическим величинам, не зависеть от времени?

Но решать задачи оказалось важнее. Поэтому теоретики любят упомянуть Гейзенберга, вводя квантовую механику, дабы сказать «вот, почти также, как в классике», а затем убежать решать задачи в концепции Шрёдингера.

Замечание 1. Интересно, что уже после, в 60-х годах, когда в авангарде была квантовая электродинамика, оказалось, что там проще решать задачи в концепции взаимодействия. Это нечто среднее между Гейзенбергом и Шрёдингером.
Пусть у нас есть две частицы. Их суммарный гамильтониан есть

$$\hat{H} = \frac{\widehat{p_1}^2}{2m} + \frac{\widehat{p_2}^2}{2m} + \widehat{H_{\text{взаимодействия}}}$$

И там эволюционируют и ВФ, и операторы. Только в у-и Шрёдингера стоит не весь гамильтониан, а только $\widehat{H_{\text{взаимодействия}}}$, а в у-и Гейзенберга не весь гамильтониан, а его другая часть - $\frac{\widehat{p_1}^2}{2m} + \frac{\widehat{p_2}^2}{2m}$. Или наоборот. Я уже не помню.

Силаев, лектор по квантовой теории, об этом рассказывает в 7-м семестре. У вас не будет этой концепции взаимодействия на семинарах даже в 7-м семестре. Это уже другие высоты, уровня квантовой электродинамики.

Замечание 2, развлекательное. Интересная моя история знакомства с уравнением Гейзенберга. Купил я в «Лавке физика» учебник Блохинцева, еду домой, в метро читаю. По соседству какая-то тётка читает книгу (заглядываю – что-то про карты Таро), а я читаю про уравнение Гейзенберга. Проникся, поверил – но не понял, а почему нам про него не рассказывают? Понял лишь в 7-м семестре, когда про него рассказал Силаев. Это «условный съедобный гриб»,

который, быть может, лучше не знать вообще, чтобы не путаться – но лучше вы это узнаете от меня, чем от гопников на улице.

Замечание 3, по терминологии. Я всё говорю:

КОНЦЕПЦИЯ Шрёдингера
КОНЦЕПЦИЯ Гейзенберга
КОНЦЕПЦИЯ взаимодействия
На самом деле общепринятым термином является
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ Шрёдингера
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ Гейзенберга
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ взаимодействия

Так вот, это ЧУДОВИЩНЫЕ термины. Дело в том, что слово «представление» уже используется в квантовой теории **СОВЕРШЕННО В ИНОМ** смысле.
Вы, возможно, слышали:
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ координатное
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ импульсное
Так, вот здесь «представление» значит по смыслу ВООБЩЕ другое, чем в «представлении Шрёдингера».
Вообще термин «представление» идёт из математики, из теории групп. Можете погуглить. И вот «координатное представление» - корректное использование данного термина, а «представления Шрёдингера» - нет.
Что же нам делать? Бороться с традициями и говорить «картина Шрёдингера, концепция, интерпретация» - что угодно, только не «представление». И надеяться, что через N лет «неправильный» термин умрёт.

Если читатель хочет потренироваться в понимании прочитанного, рекомендуется Упражнение. Доказать, что СЗ операторов одинаковы что в концепции Шрёдингера, что в концепции Шрёдингера.